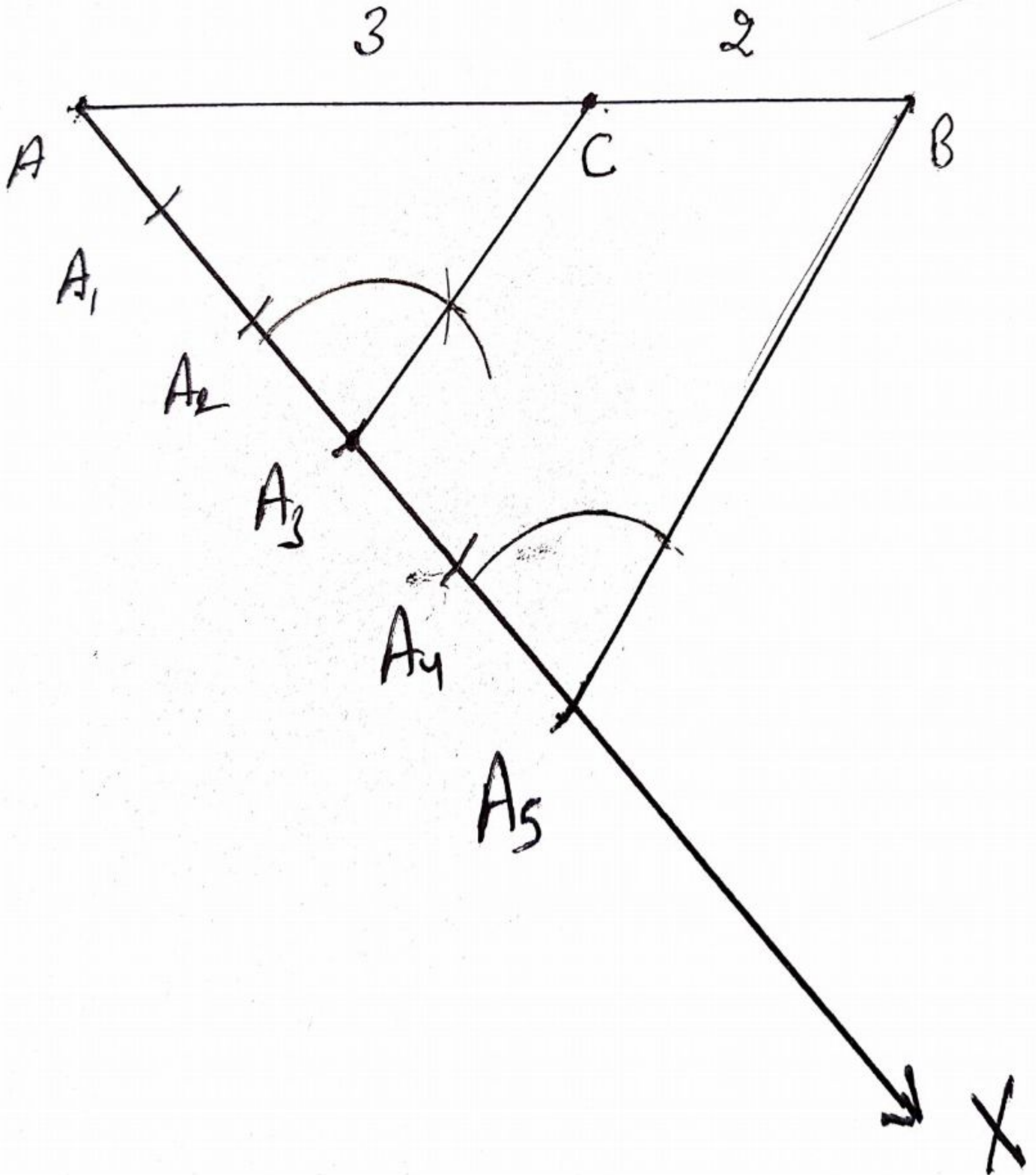


II. रचनाएं (Constructions)

रचना 11.1 एक रेखाखण्ड को दिए हुए अनुपात में विभाजित करना।

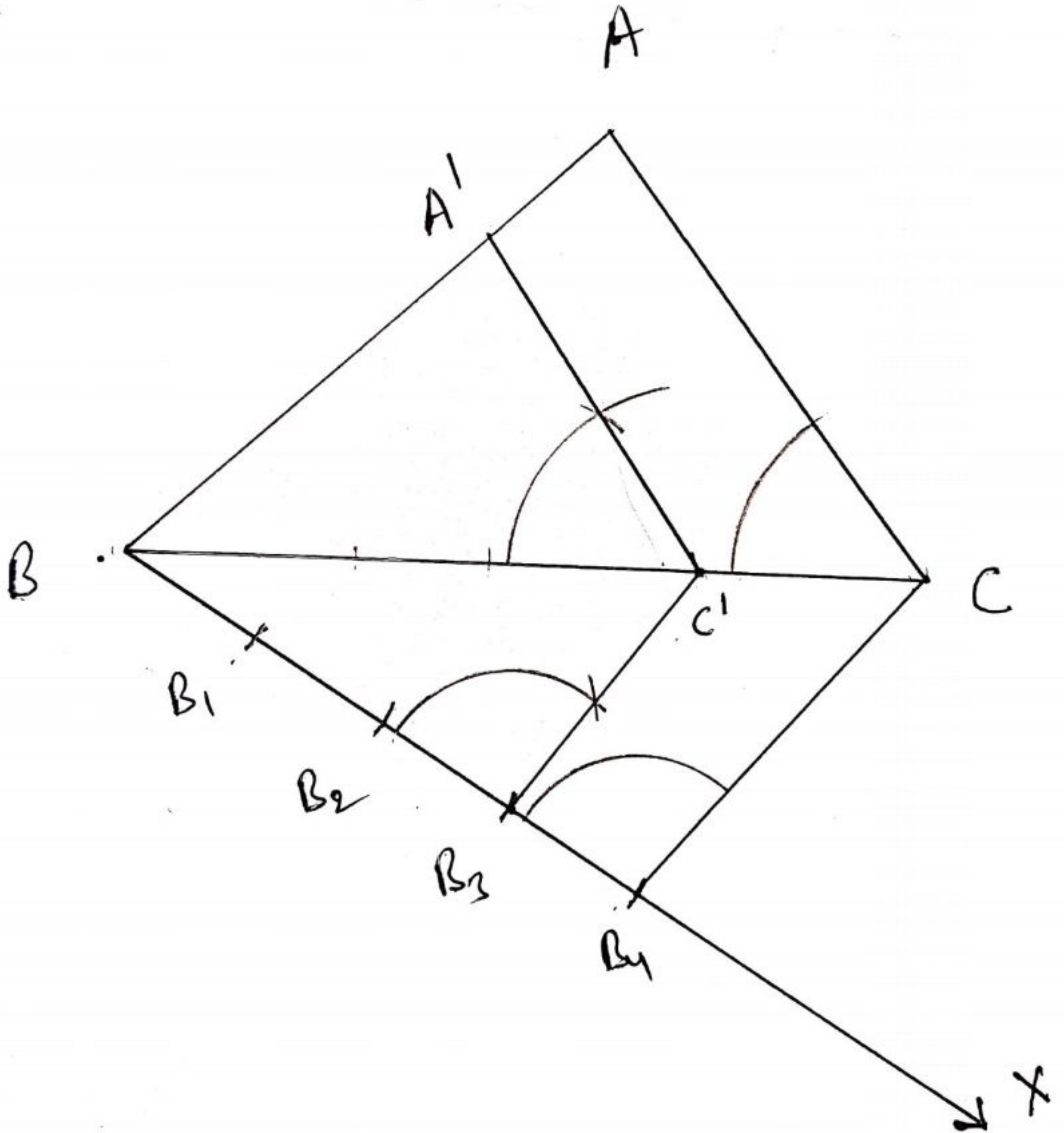
एक रेखाखण्ड AB दिया है, हम इसको $m:n$ के अनुपात में विभाजित करना चाहते हैं। प्रक्रिया को समझाने में सहायता के लिए हम $m=3$ और $n=2$ लेंगे।



रचना के चरण :-

1. AB से नीचे की ओर न्यून कोण बनाती हुई कोई किरण AX खींची ।
2. AX पर 5 बिन्दु $A_1, A_2, A_3, \dots, A_5$ इस प्रकार अंकित किए कि
 $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ हो ।
3. BA_5 को मिलाया ।
4. रेखा A_5B के समान्तर, बिन्दु A_3 से होकर जाने वाली व AB को एक बिन्दु C पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा A_3C खींची ।
इस प्रकार $AC : CB = 3 : 2$ प्राप्त हुआ ।

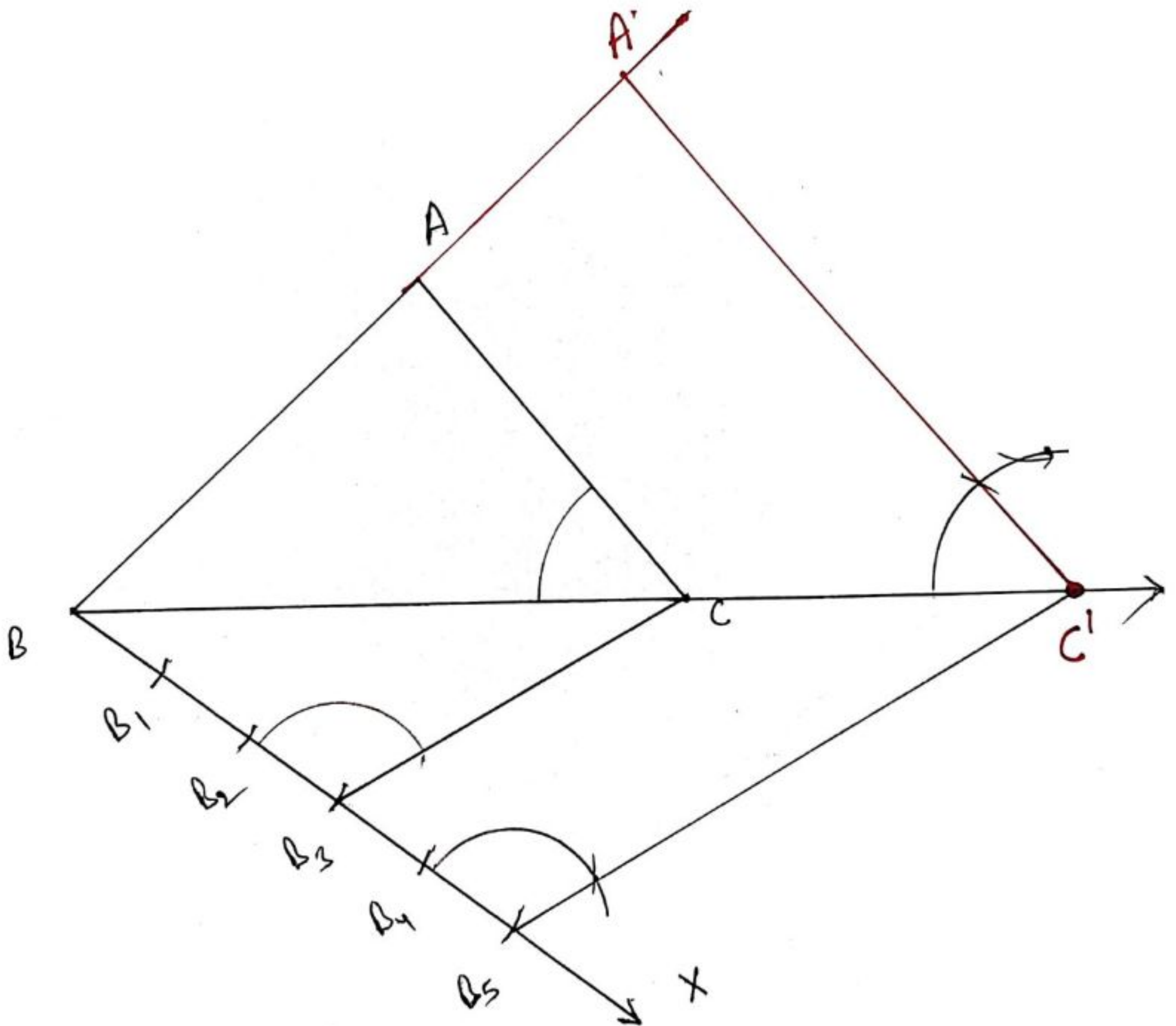
उदाहरण-1 एक दिए गए त्रिभुज ABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए गए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{3}{4}$ हों।
अर्थात् स्केल गुणक $\frac{3}{4}$ है।



रचना के चरण :-

1. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण Bx खींची।
2. Bx पर चार बिन्दु B_1, B_2, B_3 व B_4 इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ हो।
3. B_4C को मिलाया।
4. रेखा B_4C के समान्तर, बिन्दु B_3 से होकर जाने वाली व BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_3C' खींची।
5. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

उदाहरण -2 एक दिए गए त्रिभुज ABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ हों (अर्थात् स्केल गुणक $\frac{5}{3}$ हों)

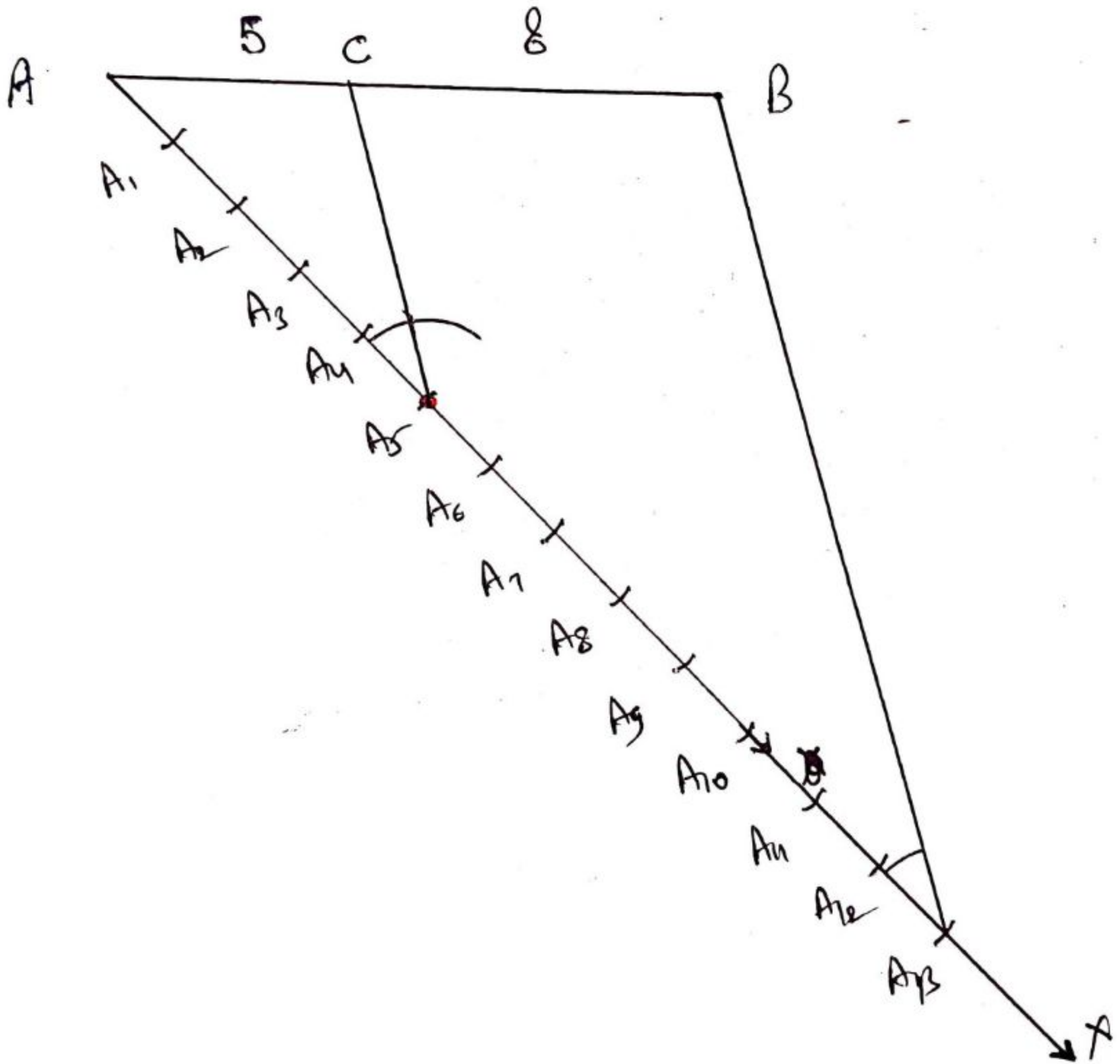


रचना के चरण :-

1. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींची।
2. BX पर पाँच बिन्दु B_1, B_2, B_3, B_4 व B_5 इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ हो।
3. B_3C को मिलाया।
4. रेखा B_3C के समान्तर, बिन्दु B_5 से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_5C' खींची।
5. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

प्रश्नावली ॥.१

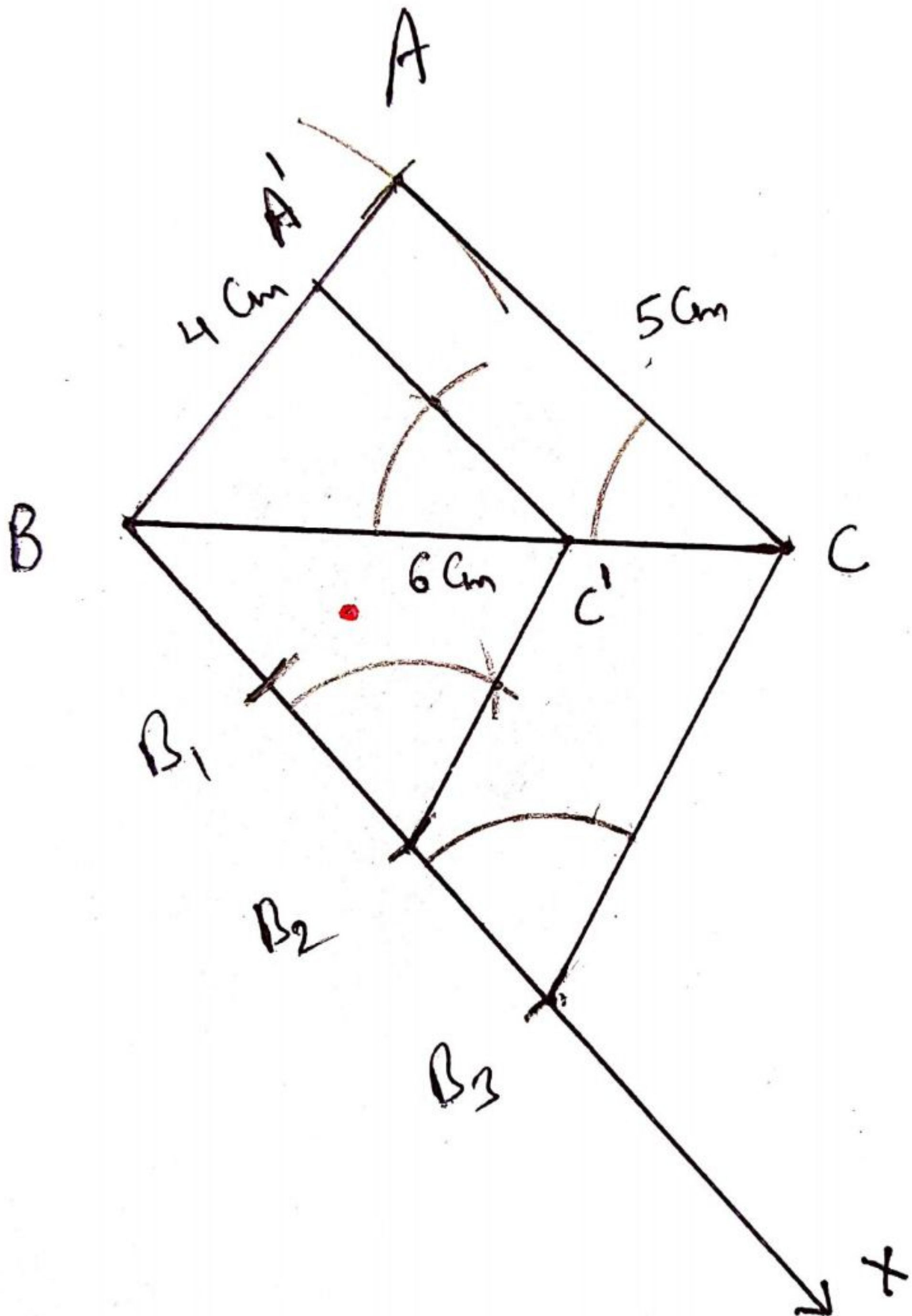
प्रश्न-1 7.6 cm लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए और इसे 5:8 अनुपात में विभाजित कीजिए।
दोनों भागों को मापिए।



रचना के चरण :-

1. एक 7.6 cm लम्बी रेखाखण्ड AB खींची।
2. AB से नीचे की ओर न्यून कोण बनाती हुई कोई किरण AX खींची।
3. AX पर 13 बिन्दु $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{13}$ इस प्रकार अंकित किए कि $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \dots = A_{12}A_{13}$ हो।
4. BA_{13} को मिलाया।
5. रेखा $A_{13}B$ के समान्तर, बिन्दु A_5 से होकर जाने वाली व AB को एक बिन्दु C पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा A_5C खींची।
इस प्रकार $AC : CB = 5 : 8$ प्राप्त हुआ।

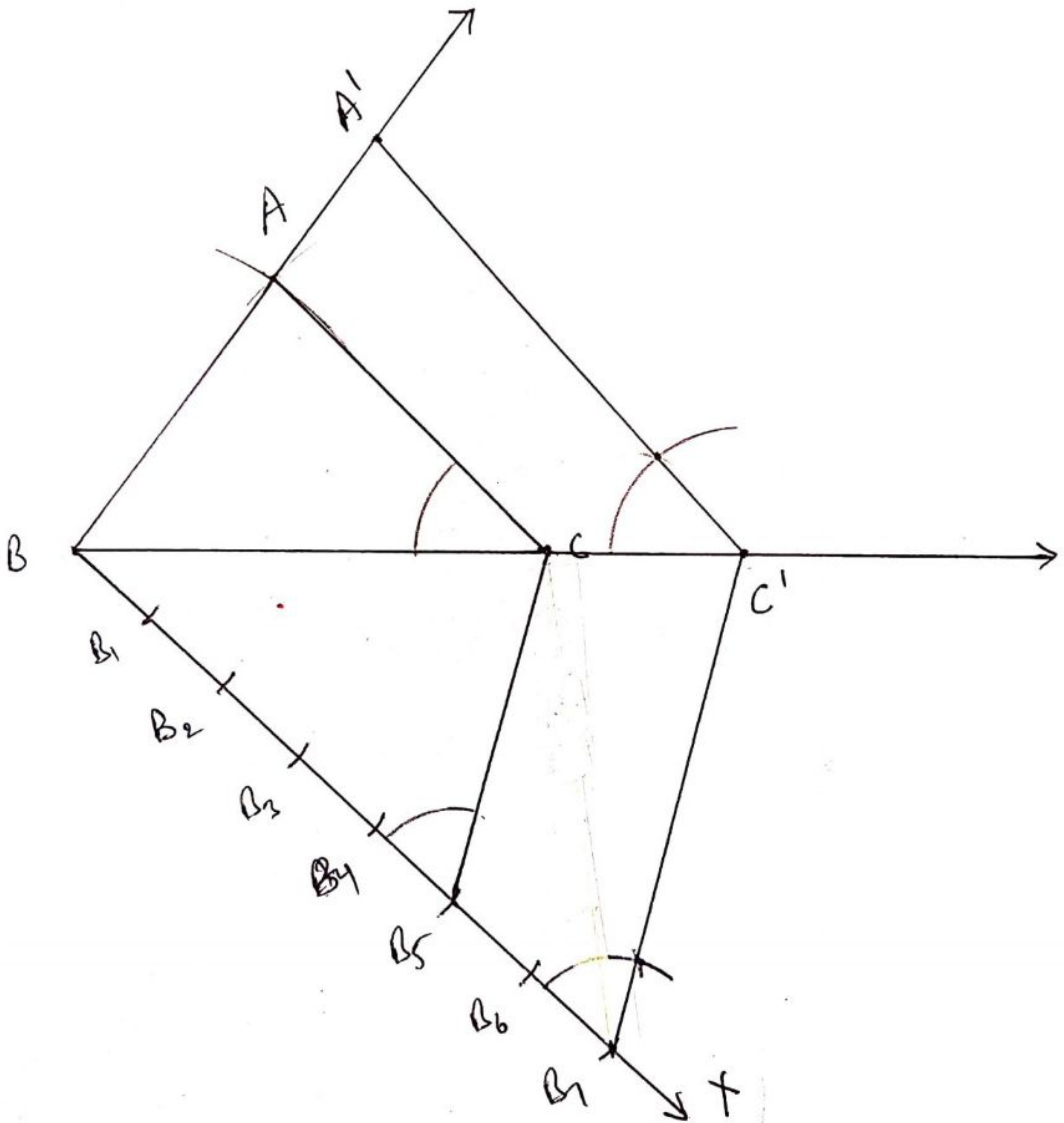
प्रश्न-२



रचना के चरण :-

1. एक 6cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचा।
2. B से 4cm व A से 5cm का चाप काटा जो बिन्दु A पर मिला।
 B को A से व C को A से मिलाया।
3. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण Bx खींची।
4. Bx पर तीन बिन्दु B_1, B_2 व B_3 इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3$ हो।
5. B_3C को मिलाया।
6. रेखा B_3C के समान्तर, बिन्दु B_2 से होकर जाने वाली व BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_2C' खींची।
7. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

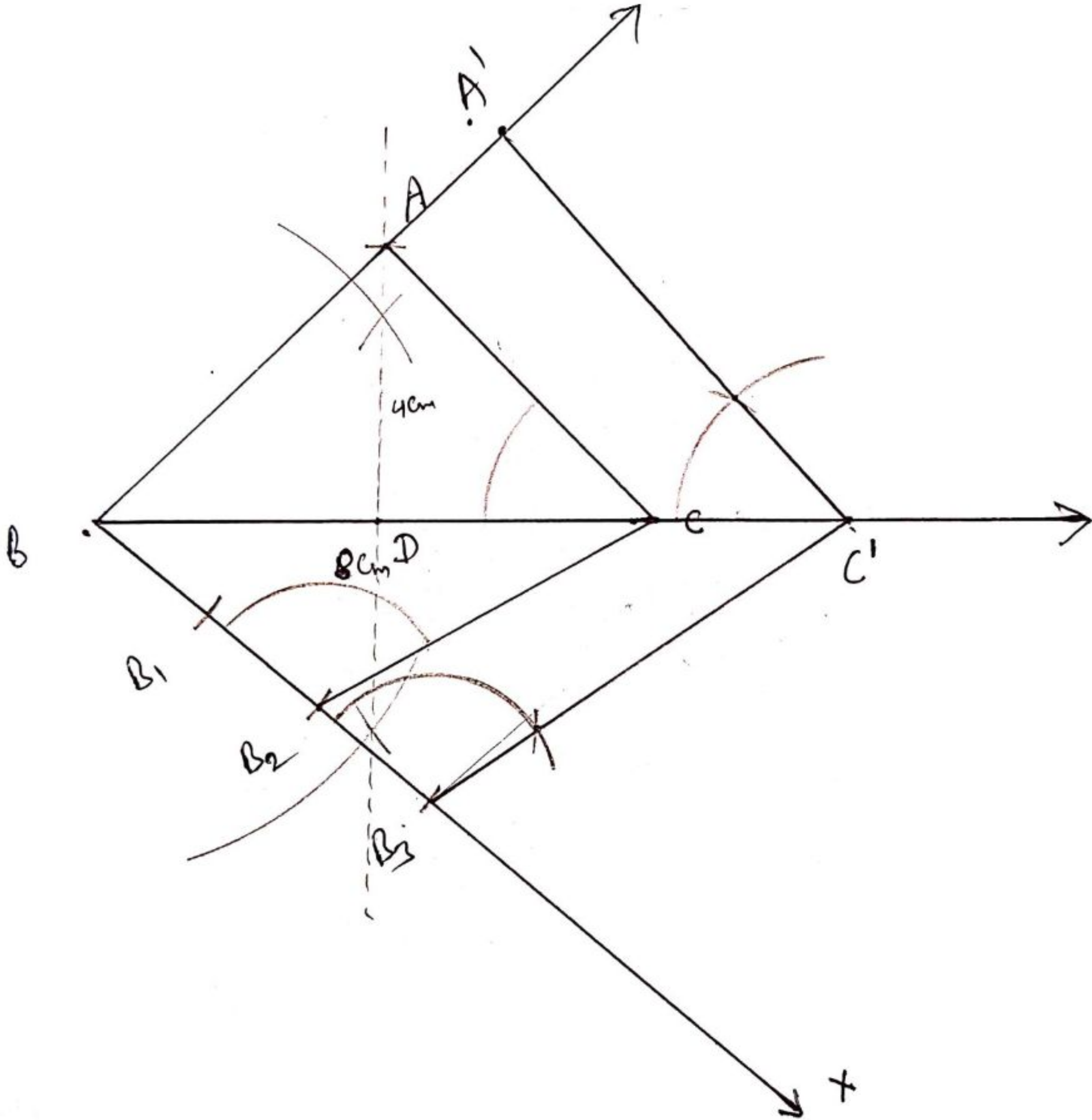
प्रश्न-3 5cm, 6cm और 7cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिये हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{7}{5}$ गुनी हों।



रचना के चरण :-

1. एक 7 cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचा।
2. B से 5 cm व A से 6 cm का चाप काटा जो बिन्दु A पर मिला।
3. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींची।
4. BX पर सात बिन्दु $B_1, B_2, B_3, \dots, B_7$ इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6 = B_6B_7$ हो।
5. B_5C को मिलाया।
6. रेखा B_5C के समान्तर, बिन्दु B_7 से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_7C' खींची।
7. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

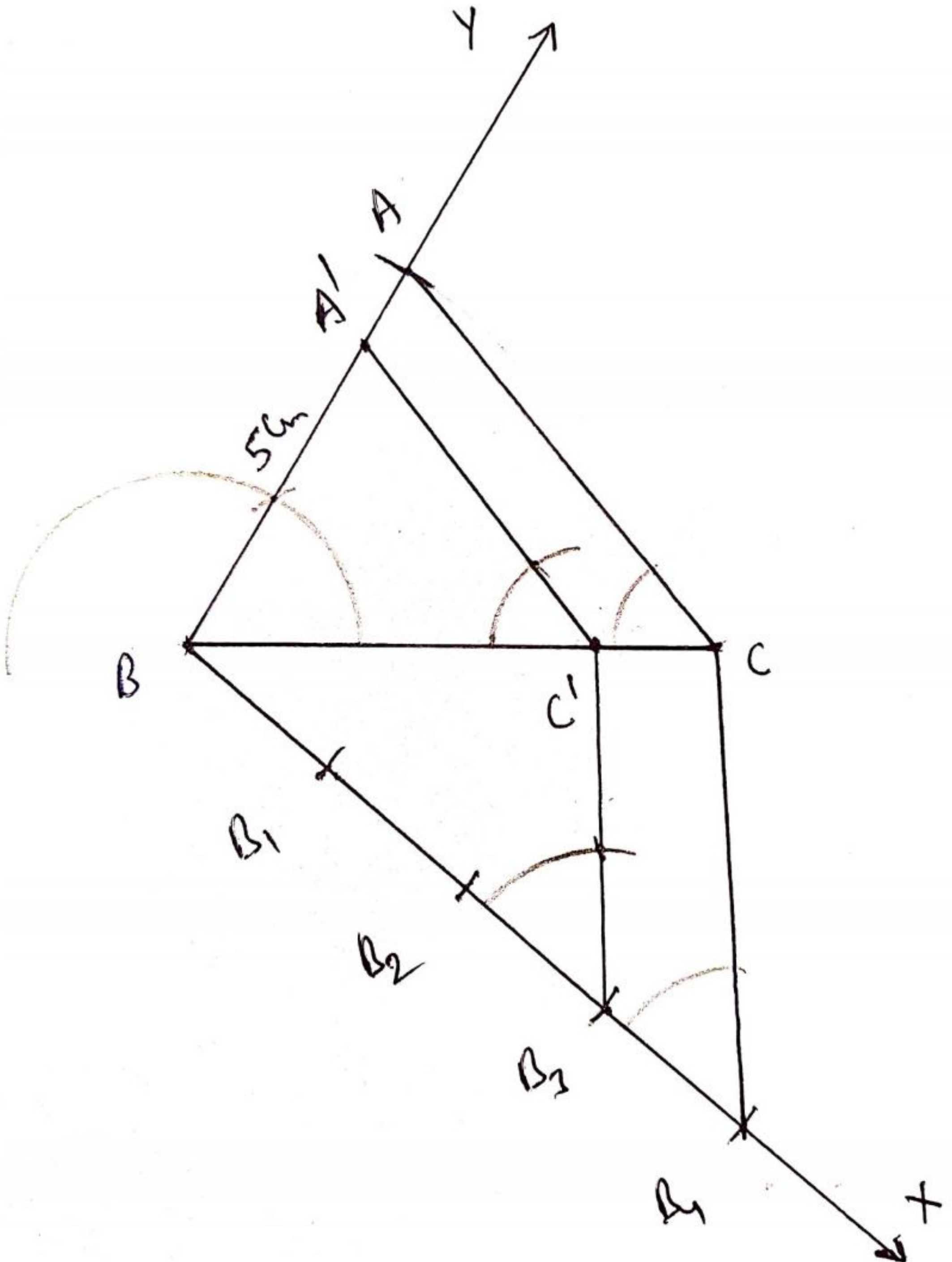
प्रश्न-4 आधार 8cm तथा ऊँचाई 4cm के एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ इस समद्विबाहु त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{1}{3}$ गुनी हों।



रचना के चरण :-

1. एक 8 cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचा।
2. BC पर एक लम्ब समद्विभाजक बनाया जो बिन्दु D पर मिला। अब D से 4 cm का चाप काटा जो लम्ब समद्विभाजक को बिन्दु A पर मिला।
3. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींची।
4. BX पर तीन बिन्दु B_1, B_2, B_3 इस प्रकार अंकित किए कि -
$$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 \text{ हो।}$$
5. B_2C को मिलाया।
6. रेखा B_2C के समान्तर, बिन्दु B से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_3C' खींची।
7. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

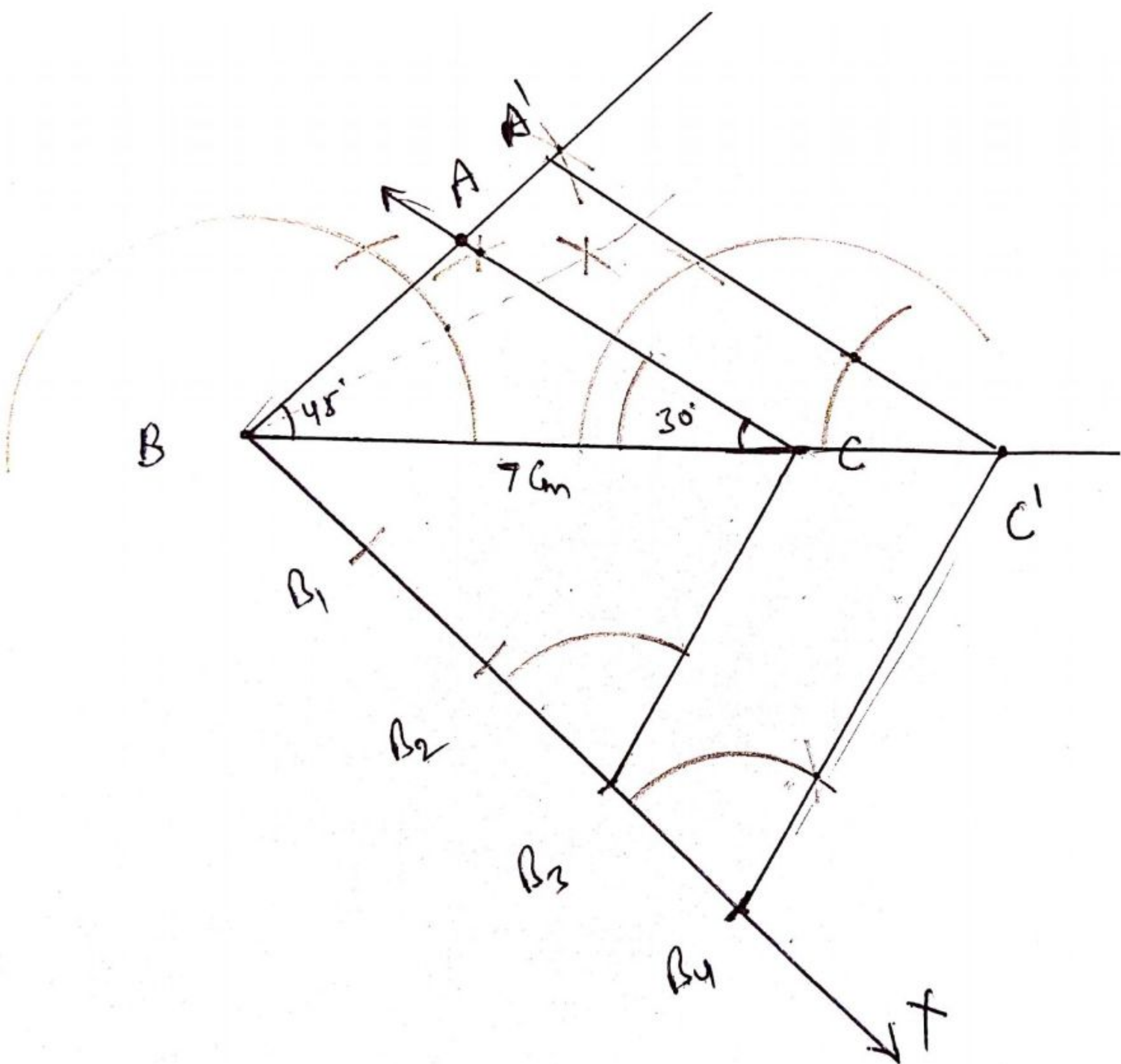
प्रश्न-5 एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $BC = 6\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$ और $\angle ABC = 60^\circ$ हो।
 फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ ΔABC की संगत
 भुजाओं की $\frac{2}{3}$ गुनी हों।



रचना के चरण :-

1. एक 6cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचा।
2. B से 60° का कोण बनाया जिससे किरण BY प्राप्त हुई।
 B से 5cm का चाप किरण BY पर काटा जो बिन्दु A पर मिला।
3. A को C से मिलाया जिससे त्रिभुज ABC प्राप्त हुआ।
4. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींची।
5. BX पर चार बिन्दु B_1, B_2, B_3 व B_4 इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ हो।
6. B_4C को मिलाया।
7. रेखा B_4C के समान्तर, बिन्दु B_3 से होकर जाने वाली व BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_3C' खींची।
8. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

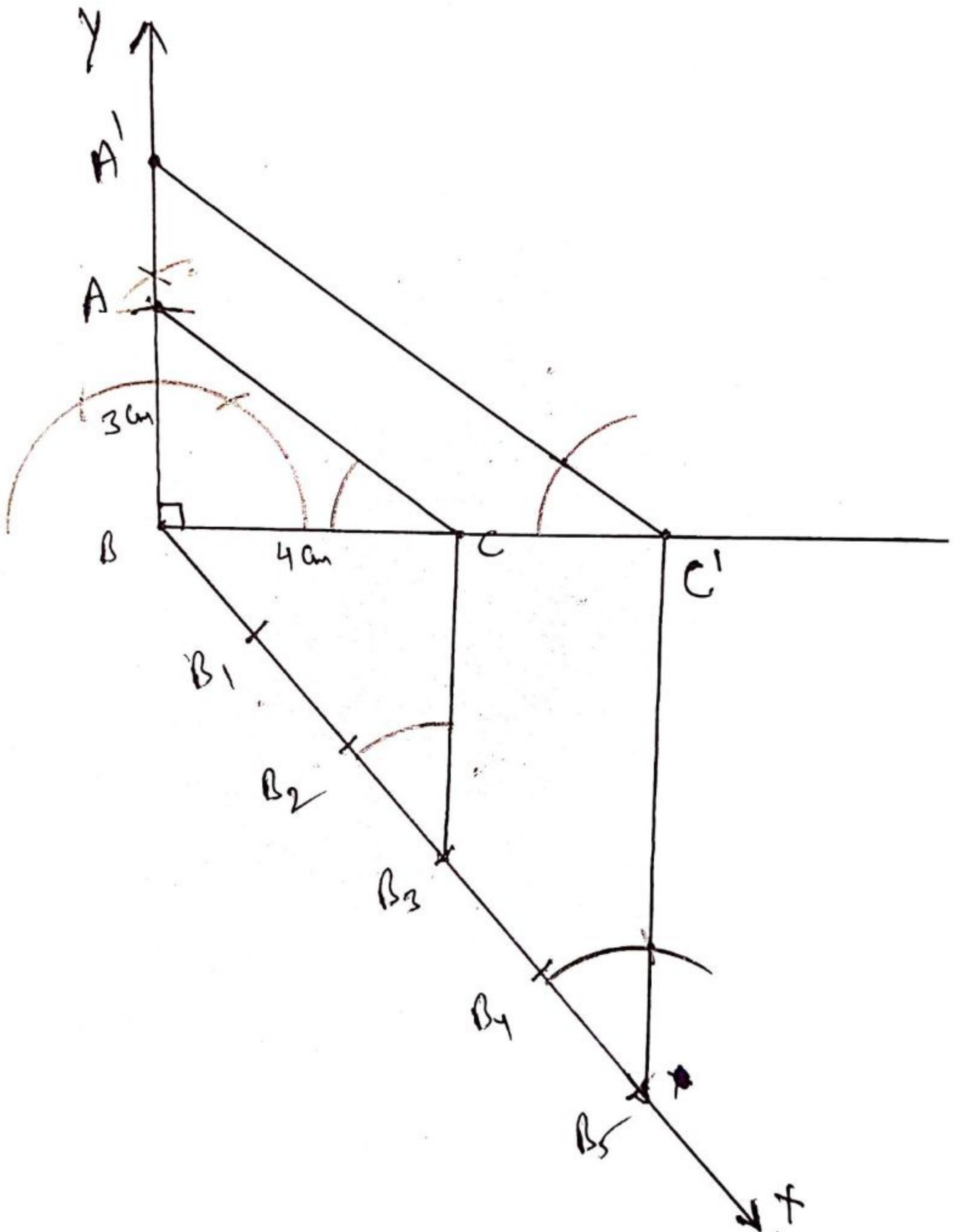
प्रश्न-6 एक त्रिभुज ABC बनाइए, जिसमें $BC = 7\text{cm}$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 105^\circ$ हो।
फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ ΔABC की संगत
भुजाओं की $\frac{4}{3}$ गुनी हो।



रचना के चरण :-

1. एक 7 cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचा।
2. B से 45° व C से 30° का कोण बनाया जो बिन्दु A पर मिला।
3. A को C से मिलाया जिससे त्रिभुज ABC प्राप्त हुआ।
4. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींची।
5. BX पर चार बिन्दु B_1, B_2, B_3 व B_4 इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ हो।
6. B_3C को मिलाया।
7. रेखा B_3C के समान्तर, बिन्दु B_4 से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_4C' खींची।
8. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

प्रश्न-7 एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ (कर्ण के अतिरिक्त) 4 cm तथा 3 cm लम्बाई की हों। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ गुनी हों।

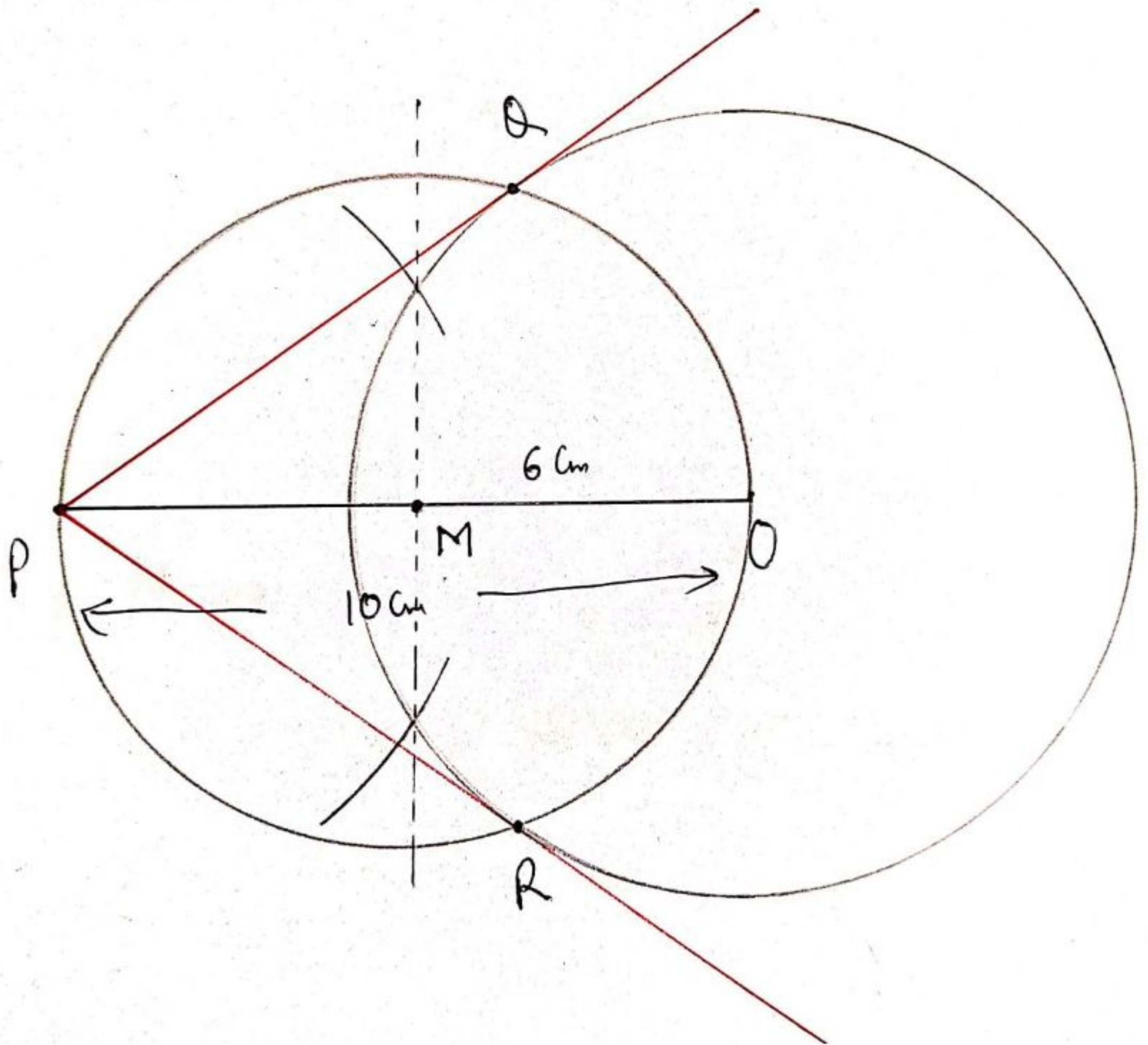


रचना के चरण :-

1. एक 4 cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचा।
2. B से 90° का कोण बनाया जिससे किरण BY प्राप्त हुई।
 B से 3 cm का चाप किरण BY पर काटा जो बिन्दु A पर मिला।
3. A को C से मिलाया जिससे त्रिभुज ABC प्राप्त हुआ।
4. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींची।
5. BX पर पाँच बिन्दु B_1, B_2, B_3, B_4 व B_5 इस प्रकार अंकित किए कि -
 $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ हो।
6. B_3C को मिलाया।
7. रेखा B_3C के समान्तर, बिन्दु B_5 से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BC को बिन्दु C' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा B_5C' खींची।
8. रेखा CA के समान्तर, बिन्दु C' से होकर जाने वाली व बढ़ाए गये रेखाखण्ड BA को बिन्दु A' पर प्रतिच्छेद करती हुई एक रेखा $C'A'$ खींची।
इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज $A'B'C'$ प्राप्त हुआ।

प्रश्नावली ॥ २

प्रश्न-1 6cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। केन्द्र से 10cm दूर स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए और उनकी लम्बाइयाँ मापिए।

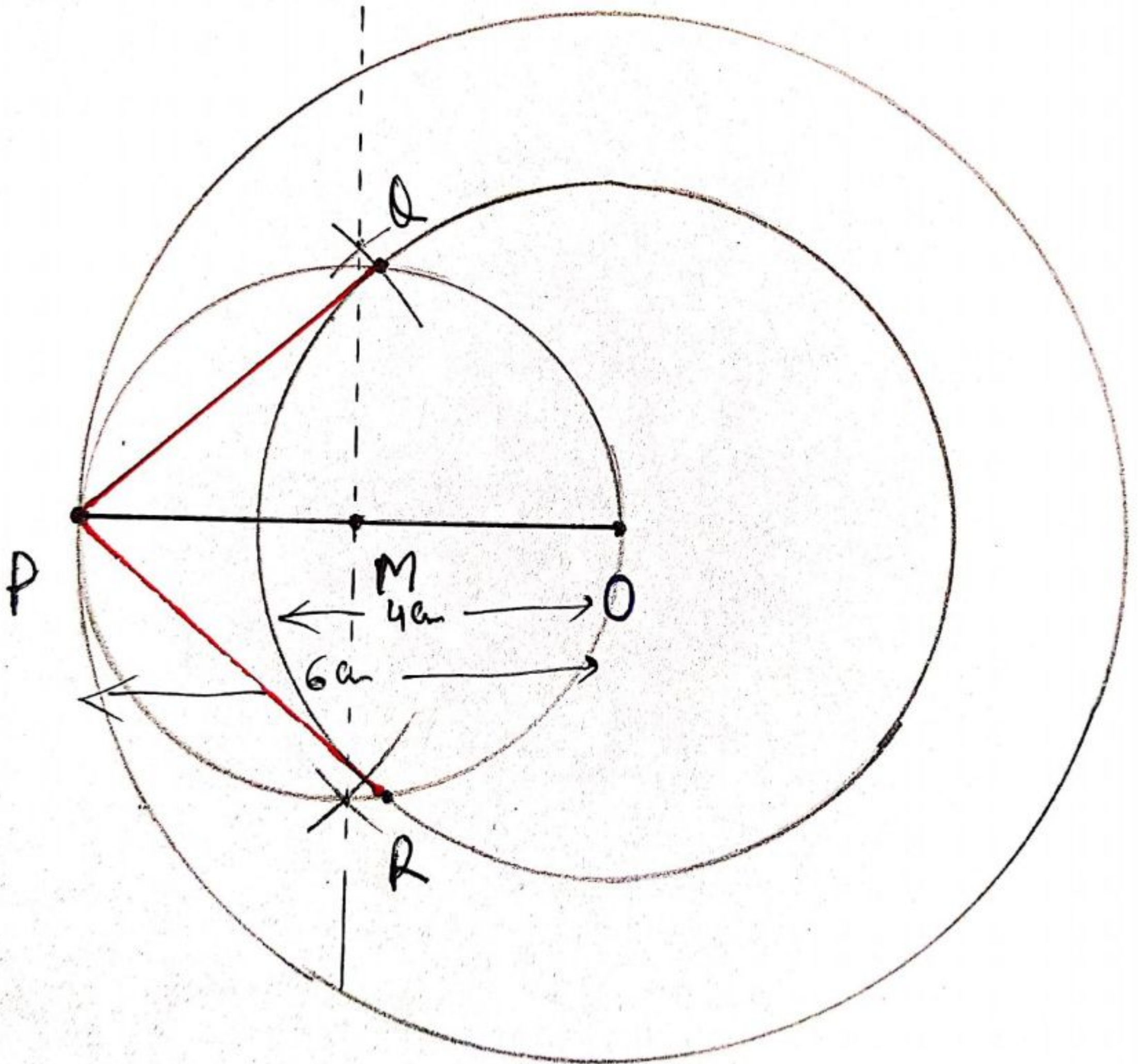


रचना के चरण :-

1. O को केन्द्र मानकर 6 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचा ।
2. केन्द्र O से 10 cm दूर एक बिन्दु P लिया व इसे केन्द्र O से मिलाया ।
3. PO को समद्विभाजित किया । माना PO का मध्य बिन्दु M है ।
4. M को केन्द्र मानकर तथा MO त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा, जिसने दिए गए वृत्त को बिन्दु Q और R पर प्रतिच्छेद किया ।
5. P को Q व R से मिलाना ।

तब, PQ और PR अभीष्ट दो स्पर्श रेखाएँ प्राप्त हुई ।

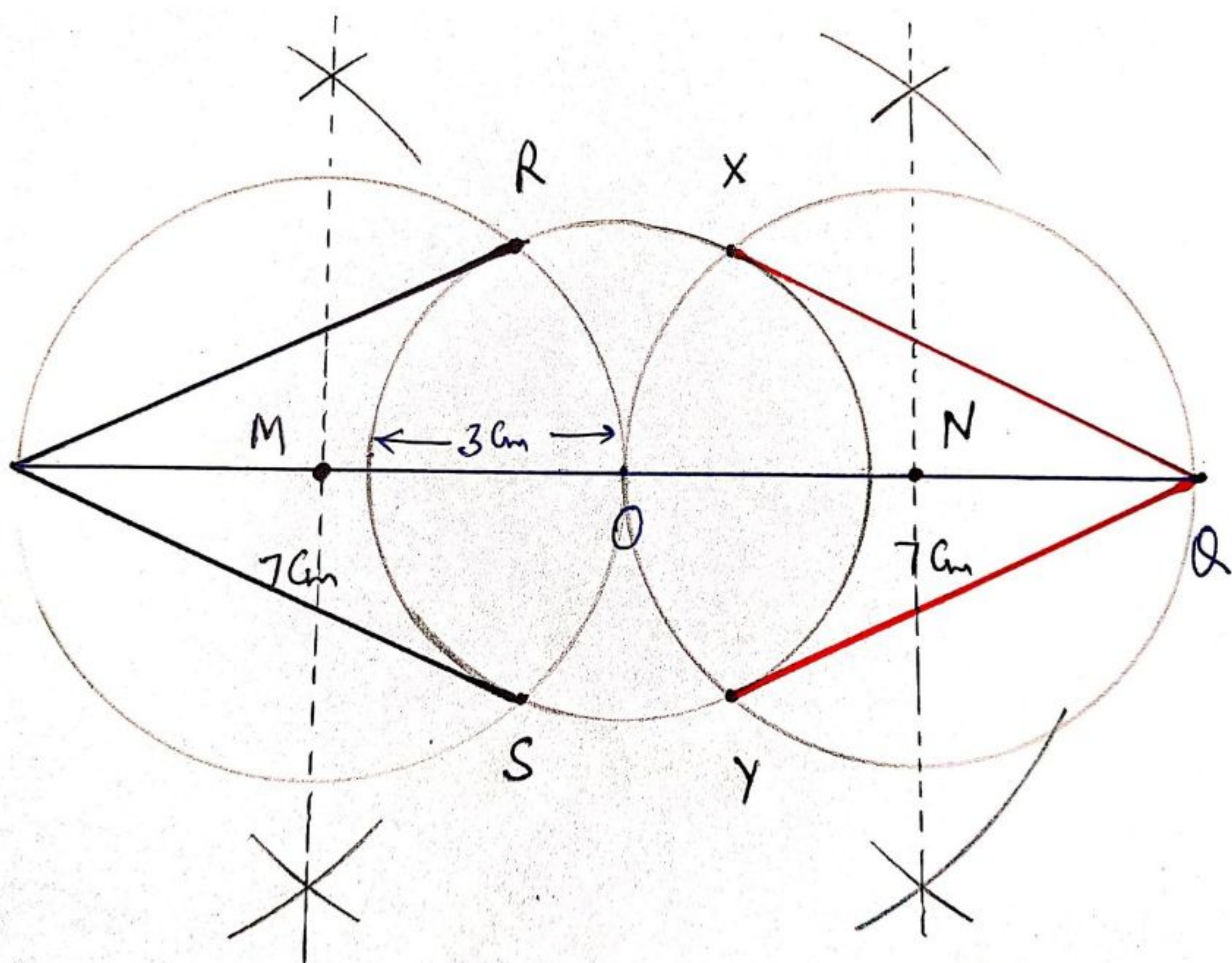
प्रश्न-2 4cm त्रिज्या के एक वृत्त पर 6cm त्रिज्या के एक सकेन्द्रीय वृत्त के किसी बिन्दु से एक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए और उसकी लम्बाई मापिए।
परिकलन से इस माप की जाँच भी कीजिए।



रचना के चरण :-

1. O को केन्द्र मानकर 4 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचा ।
 2. O को ही केन्द्र मानकर 6 cm त्रिज्या का दूसरा वृत्त खींचा । वृत्त की परिधि पर एक बिन्दु P लेकर उसे परिधि से मिलाया ।
 3. PO को समद्विभाजित किया । माना PO का मध्य बिन्दु M है ।
 4. M को केन्द्र मानकर तथा MO त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा, जिसने 4 cm त्रिज्या वाले वृत्त को बिन्दु Q और R पर प्रतिच्छेद किया ।
 5. P को Q व R से मिलाना ।
- तब, PQ और PR अभीष्ट दो स्पर्श रेखाएँ प्राप्त हुई ।

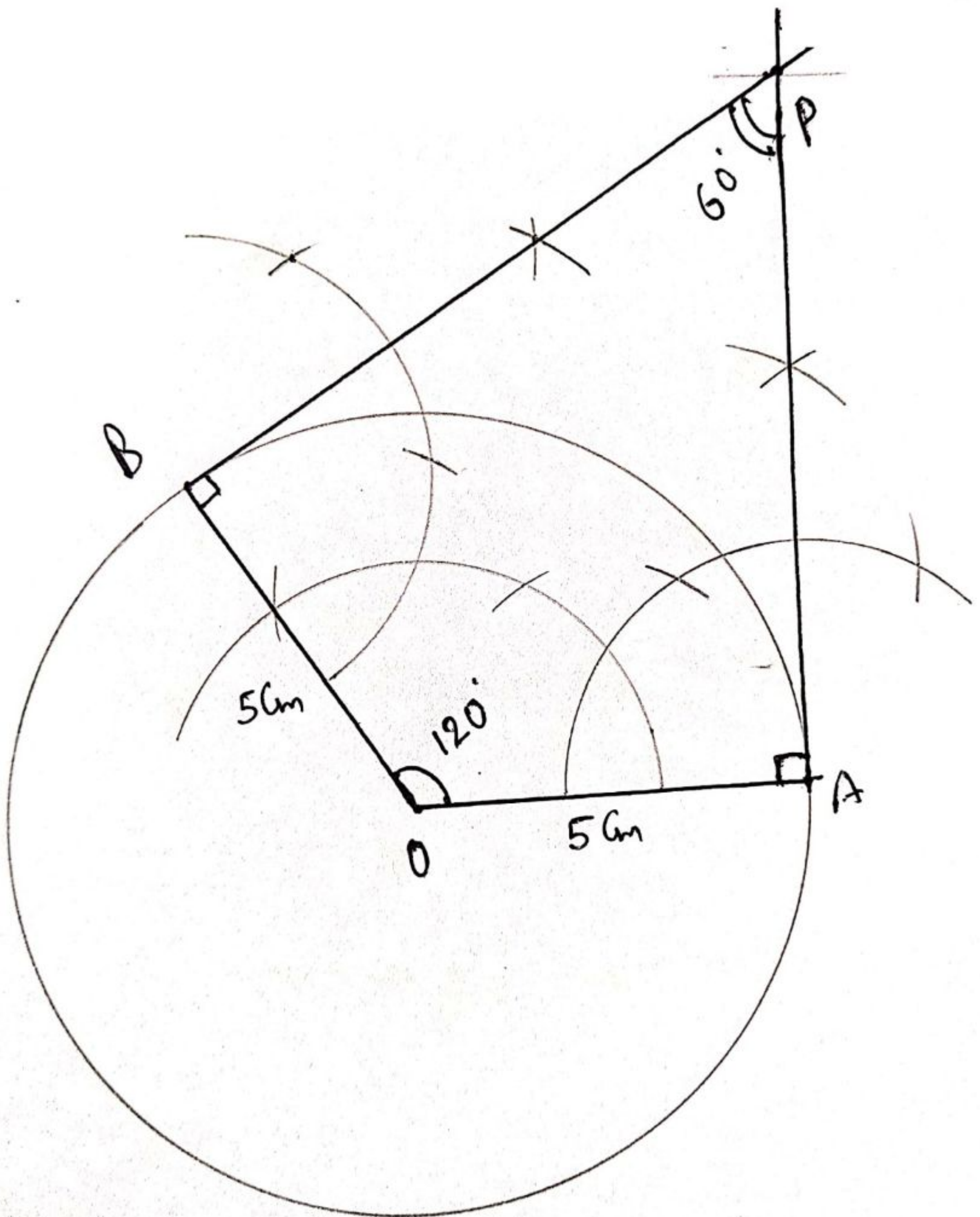
प्रश्न-3 3cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसके किसी बड़ाए गए व्यास पर केन्द्र से 7cm की दूरी पर स्थित दो बिन्दु P और Q लीजिए। इन दोनों बिन्दुओं से वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ खींचिए।



रचना के चरण :-

1. O को केन्द्र मानकर 3 cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचा ।
2. इसके एक व्यास को दोनों ओर P व Q बिन्दु तक इस प्रकार बढ़ता कि $OP = OQ = 7\text{ cm}$.
3. OP व OQ को समद्विभाजित किया । माना OP व OQ का मध्य बिन्दु क्रमशः M व N हैं ।
4. M और N को केन्द्र मानकर तथा क्रमशः OM व ON को त्रिज्या मानकर वृत्त खींचे ।
5. OM त्रिज्या वाला वृत्त दिए गए वृत्त को R व S बिन्दु पर तथा ON त्रिज्या वाला वृत्त दिए गए वृत्त को X व Y बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद किया ।
6. P को R व S से मिलाया तथा Q को X व Y से मिलाया ।
तब PR, PS, QX व QY अभीष्ट स्पर्श रेखाएं प्राप्त हुई ।

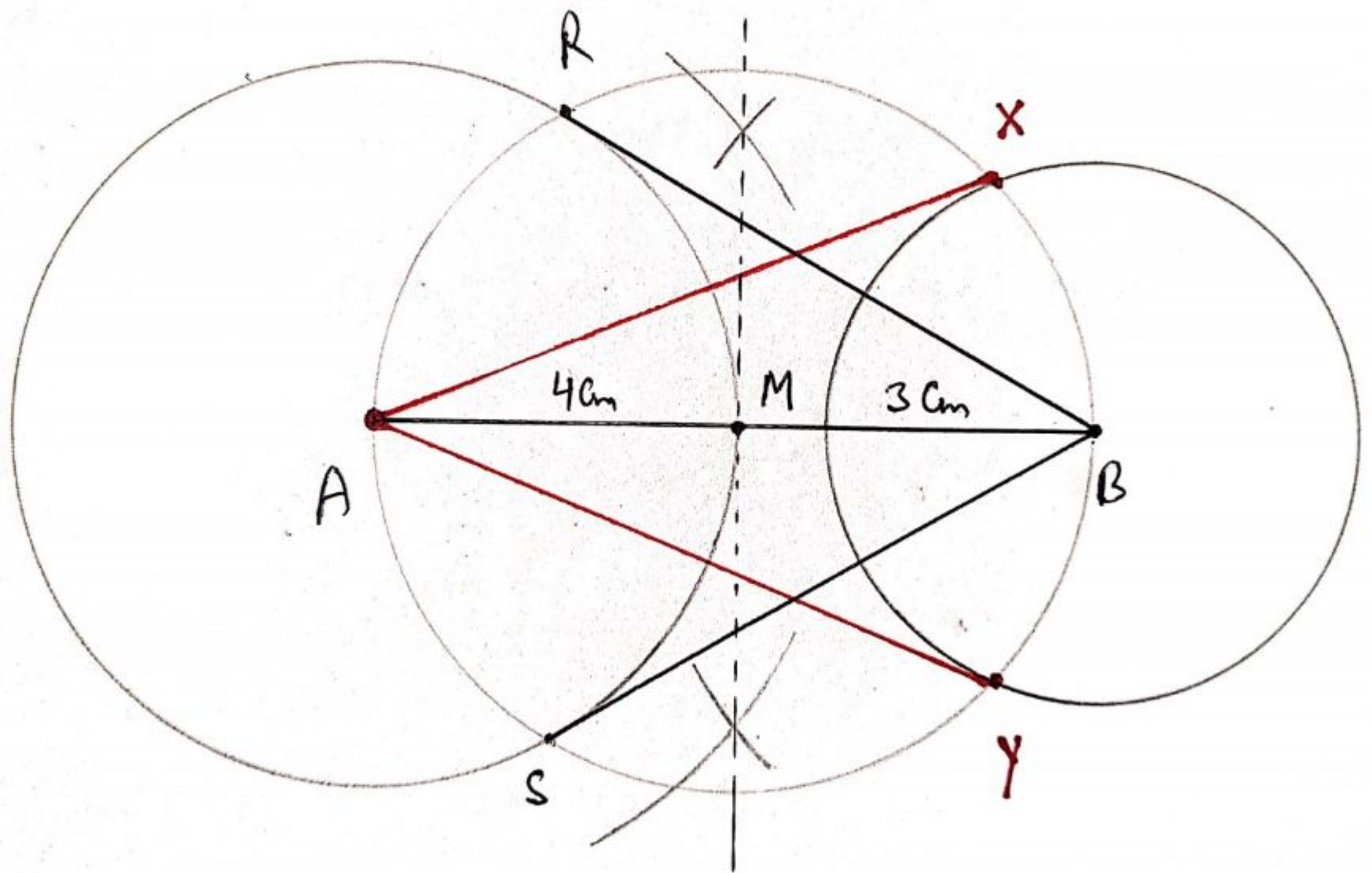
प्रश्न-4 5cm त्रिज्या के एक वृत्त पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचिए ,
जो परस्पर 60° के कोण पर मिली हो ।



रचना के चरण :-

1. O को केन्द्र मानकर 5cm त्रिज्या का एक वृत्त खींचा ।
 2. वृत्त की परिधि पर एक बिन्दु A लिया व A को O से मिलाया ।
 3. OA से 120° का कोण बनाते हुए दूसरी त्रिज्या OB लिया ।
 4. OA व OB त्रिज्याओं के बिन्दु A व B पर 90° कोण बनाया, जो बिन्दु P पर मिला ।
- तब 60° कोण बनाती हुई PA व PB दो अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ प्राप्त हुई ।

प्रश्न-5 8 cm लंबा एक रेखाखण्ड AB खींचिए। A को केन्द्र मानकर 4 cm त्रिज्या का एक वृत्त तथा B को केन्द्र लेकर 3 cm त्रिज्या का एक अन्य वृत्त खींचिए। प्रत्येक वृत्त पर दूसरे वृत्त के केन्द्र से स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

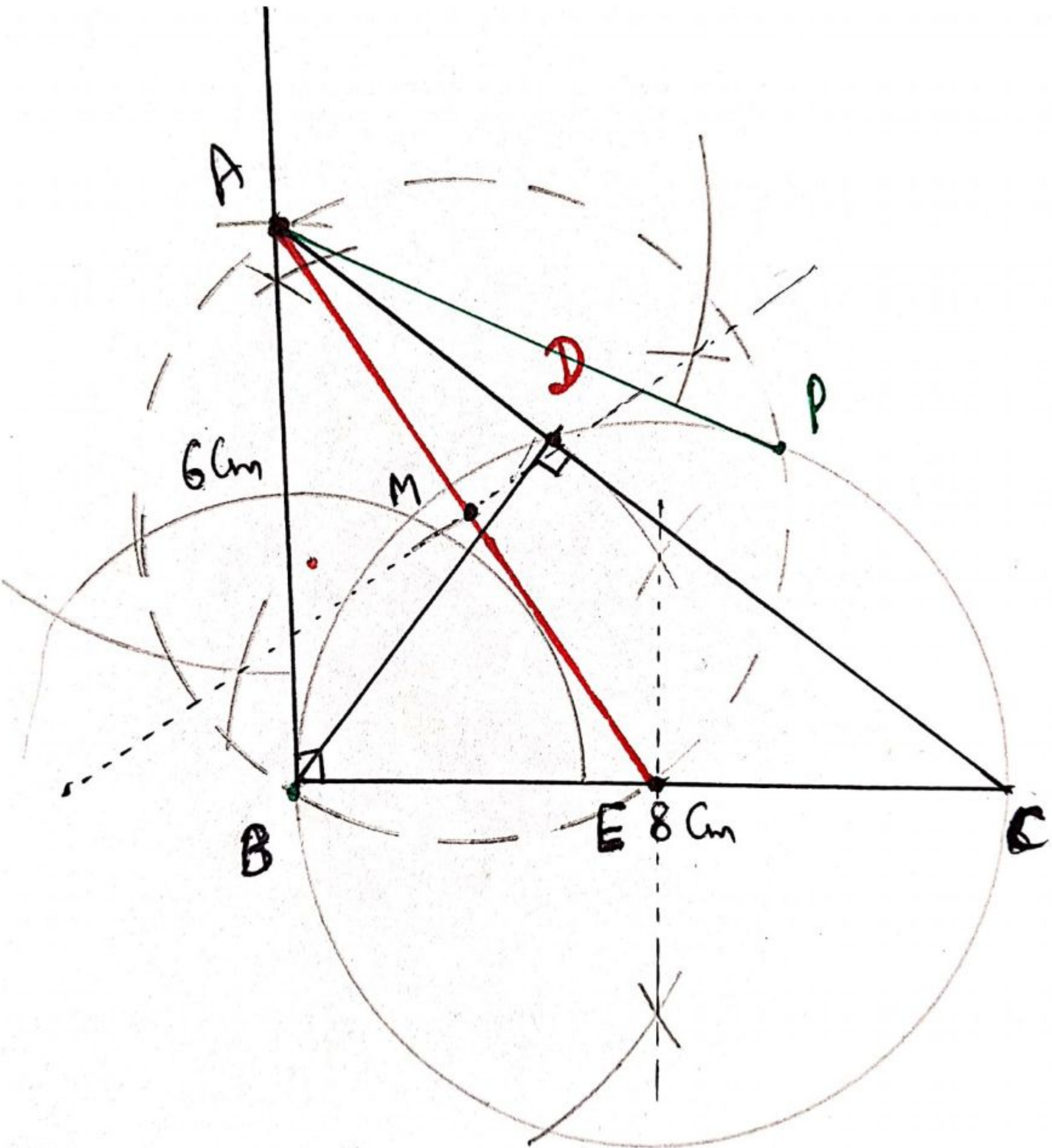


रचना के चरण :-

1. 8 cm लम्बा एक रेखाखण्ड AB खींचा ।
2. A व B को केन्द्र मानकर क्रमशः 4 cm व 3 cm का वृत्त खींचा ।
3. AB को समद्विभाजित किया । माना AB का मध्य बिन्दु M है ।
4. M को केन्द्र मानकर व MA को त्रिज्या मानकर एक वृत्त खींचा, जिसने 4 cm त्रिज्या वाले वृत्त को R व S बिन्दु पर तथा 3 cm त्रिज्या वाले वृत्त को X व Y बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद किया ।
5. A को X व Y से तथा B को R व S से मिलाया ।
तब RB, SB, AX व AY अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ प्राप्त हुई ।

प्रश्न-6 माना ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसमें $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 8\text{ cm}$ तथा $\angle B = 90^\circ$ है।

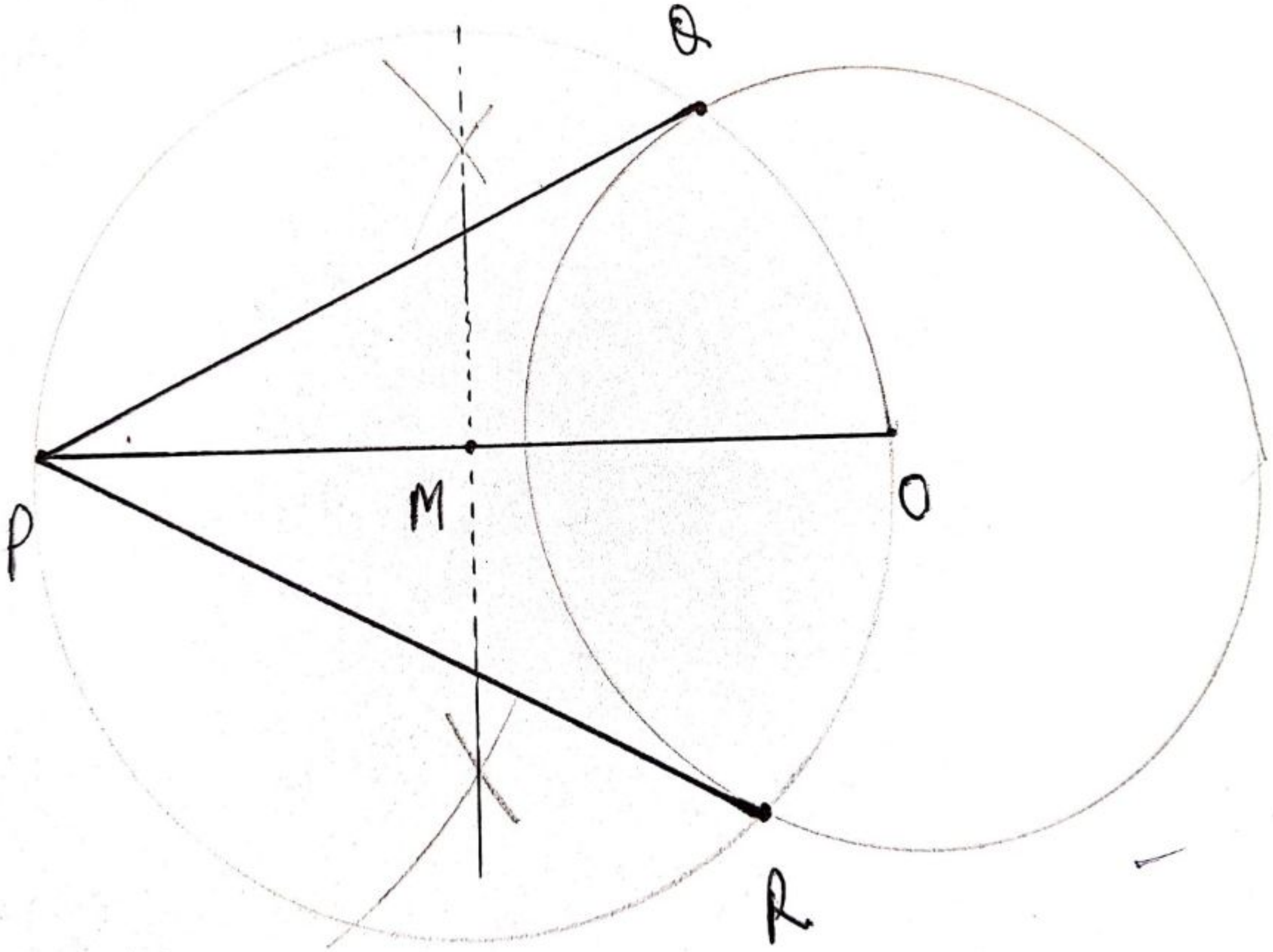
B से AC पर BD लंब है। बिन्दुओं B, C, D से होकर जाने वाला एक वृत्त खींचा गया है। A से इस वृत्त पर स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।



रचना के चरण :-

1. 8 cm लम्बा एक रेखाखण्ड BC खींचा ।
2. बिन्दु B पर 90° का कोण बनाया तथा उस पर 6 cm का चाप काटा जो बिन्दु A पर मिला । अब A को C से मिलाया ।
3. BC को समद्विभाजित किया । माना BC का मध्य बिन्दु E है ।
4. E को केन्द्र व BE को त्रिज्या मानकर एक वृत्त खींचा जो AC को बिन्दु D पर मिला । D को B से मिलाया जिससे $\angle BDC = 90^\circ$ प्राप्त हुआ ।
5. A को E से मिलाया तथा AE को समद्विभाजित किया ।
माना AE का मध्य बिन्दु M है ।
6. M को केन्द्र तथा AM को त्रिज्या मानकर वृत्त खींचा, जिसने केन्द्र E वाले वृत्त को बिन्दु B व P पर प्रतिच्छेद किया ।
7. बिन्दु A व P को मिलाया जिससे 2 स्पर्श रेखाएँ AB व AP प्राप्त हुई ।

प्रश्न-7 किसी धूँड़ी की सहायता से एक वृत्त खींचिए। वृत्त के बाहर एक बिन्दु लीजिए। इस बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।



रचना के चरण :-

1. चूड़ी की सहायता से एक वृत्त खींचा। जिसका केन्द्र O लिया।
2. वृत्त के बाहर केन्द्र O से कुछ दूरी पर एक बिन्दु P लिया। P को O से मिलाया।
3. PO को समद्विभाजित किया। माना PO का मध्य बिन्दु M है।
4. M को केन्द्र मानकर तथा MO त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा, जिसने दिए गए वृत्त को बिन्दु Q और R पर प्रतिच्छेद किया।
5. P को Q व R से मिलाना।

तब, PQ और PR अभीष्ट दो स्पर्श रेखाएँ प्राप्त हुई।